

* تعاريف:

1. الهبة الجبرية:

هي مجموعة غير خالية مزودة بعملية (أو أكثر) تشكل (أو تشكل) واحد في الزمرة.

قول عن هبة جبرية $(G, +)$ هي (أو قانون تشكل) داخلية لها
زمره إذا حققت الشروط التالية:

1. الخاصية التجميعية للقانون $(+)$

2. يوجد في G عايد بالهبة للقانون $(+)$ نمر له 0

3. يوجد في G لكل عنصر a نظير نمر له $-a$

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

4. المقتضى:

هي هبة جبرية مزودة بقانوني تشكل داخلي $(R, +, \cdot)$

1. زمره $(R, +)$ تبليية

$$(\alpha + \beta)r = \alpha r + \beta r$$

$$\alpha(\beta r) = (\alpha\beta)r$$

2. يوجد عايد

3. يوجد نظير

5. المقتضى:

هو هبة جبرية حيث لكل عنصر في المقتضى معاير العنصر مطلوب فيها

6. المودول: $(M, +, \cdot)$

(1) مجموعة مؤثرات هبة R

1. $(M, +)$ زمره تبليية

$$\forall r, m \in M : \forall m \in M$$

$$\alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$$

$$(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$$

$$\alpha \cdot (B \cdot x) = (\alpha \cdot B) \cdot x$$

* تعاريف

ج) هل كل حلقة دافعية يمكن النظر إليها على أنها حودول على ذاتها.
نعم، يمكن النظر إليها على أنها حودول على ذاتها إذا اعتبرنا
القانون التالي للمركب (د) المكون على الحلقة هو قانون تشكيل حاد في
مجموعة مؤثراته الفعلية نفسها.

د) إذا كانت R حلقة دافعية وعرضنا المجموعة

$$R^n = \{ (a_1, a_2, \dots, a_n) ; a_i \in R ; \forall i = 1, 2, \dots, n \}$$

لتعرف في المجموعة R^n قانوني تشكيل الدول واقتي

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) + (y_1, y_2, \dots, y_n) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$$

$x, y \in R^n$

والتالي فادعي مجموعة مؤثراته الفعلية R

$$\alpha \cdot (x_1, x_2, \dots, x_n) = (\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n)$$

$$; x \in R^n, \alpha \in R$$

أثبت أن $(R^n, +, \cdot)$ حودول على R

$$\forall x, y, z \in R^n, x = (x_1, \dots, x_n)$$

$$y = (y_1, \dots, y_n)$$

$$z = (z_1, \dots, z_n)$$

$$x + (y + z) = (x_1, \dots, x_n) + (y_1 + z_1, \dots, y_n + z_n)$$

$$= (x_1, \dots, x_n) + (y_1 + z_1, \dots, y_n + z_n)$$

$$= (x_1 + y_1 + z_1, \dots, x_n + y_n + z_n)$$

$$= (x + y) + z$$

نريد ان نثبت ان \mathbb{R}^n هو فضاء متجهي

$(0, \dots, 0)$ هو العنصر المحايد

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, x = (x_1, \dots, x_n)$$

$$x + 0 = (x_1, \dots, x_n) + (0, \dots, 0) = (x_1 + 0, \dots, x_n + 0)$$

$$= (x_1, \dots, x_n)$$

$$= x$$

$$0 + x = (0, \dots, 0) + (x_1, \dots, x_n) = x$$

$$= x$$

(+) نريد ان نثبت ان $x \in \mathbb{R}^n$ له عكس

$$-x = (-x_1, \dots, -x_n)$$

$$x + (-x) = (x_1, \dots, x_n) + (-x_1, \dots, -x_n)$$

$$= (x_1 - x_1, \dots, x_n - x_n)$$

$$= (0, \dots, 0)$$

$$x, y \in \mathbb{R}^n$$

$$x + y = (x_1, \dots, x_n) + (y_1, \dots, y_n)$$

$$= (x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n)$$

$$= (y_1 + x_1, \dots, y_n + x_n)$$

$$= (y_1, \dots, y_n) + (x_1, \dots, x_n)$$

$$= y + x$$

نريد ان نثبت ان

$$\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$$

$$\lambda(x + y) = \lambda(x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n)$$

$$= \lambda x + \lambda y$$

$$\alpha(x+y) = \alpha(x_1+y_1, \dots, x_n+y_n)$$

$$= (\alpha(x_1+y_1), \dots, \alpha(x_n+y_n))$$

$$= (\alpha x_1 + \alpha y_1, \dots, \alpha x_n + \alpha y_n)$$

$$= (\alpha x_1, \dots, \alpha x_n) + (\alpha y_1, \dots, \alpha y_n)$$

$$= \alpha x + \alpha y$$

$$(\alpha + \beta)x = (\alpha + \beta)(x_1, \dots, x_n)$$

$$= ((\alpha + \beta)x_1, \dots, (\alpha + \beta)x_n)$$

$$= (\alpha x_1 + \beta x_1, \dots, \alpha x_n + \beta x_n)$$

$$= ((\alpha x_1, \dots, \alpha x_n) + (\beta x_1, \dots, \beta x_n))$$

$$= \alpha x + \beta x$$

$$\alpha(\beta x) = \alpha(\beta(x_1, \dots, x_n))$$

$$= \alpha(\beta x_1, \dots, \beta x_n)$$

$$= (\alpha \beta x_1, \dots, \alpha \beta x_n)$$

$$= ((\alpha \beta)x_1, \dots, (\alpha \beta)x_n)$$

$$= (\alpha \beta)x$$

$$R \text{ موزون على } (R^n, +, \cdot) \text{ حيث } \alpha \in R$$

③ End M زمرة تبديلية، ونرى $\text{End}(M, +, \cdot)$ طيف التباديل

التي هي End M لمفهوم M قانون تركيب فائق (a) مجموعة مؤثرات

على End(M) كـ

$$(a) : \text{End}(M) \times M \rightarrow M$$

$$(f, m) \mapsto f.m = f(m)$$

مؤثرات

End(M) ... موزون على M. حيث End(M)

⑤

الموضوع

التاريخ / /

١) بفرض R حلقة ما $M: R \rightarrow \text{End}(M)$

نكون كل $r \in R$ يرتبط به $M(r) = I_m$ حيث I_m هي المصفوفة المربعة $m \times m$ التي فيها كل عنصر يساوي 1.

$$2) R \times M \rightarrow M$$

$$(r, x) \mapsto [M(r)](x)$$

أ. اشرح ما هو $M(r)$